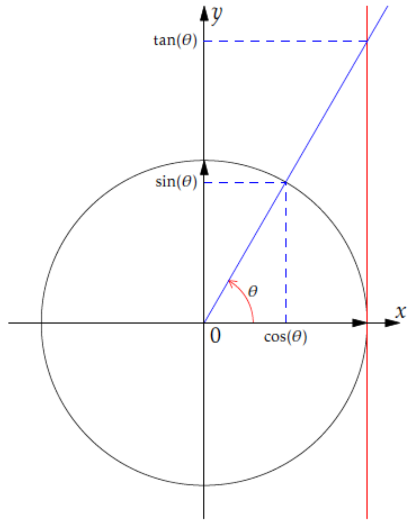
Formulaire de Trigonométrie (sera complété en septembre)

I Cercle trigonométrique et valeurs remarquables



x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\times$

Notation : $(\cos\theta)^2 = \cos^2\theta$
(de même pour sin et tan)

Relation fondamentale :

$$\boxed{\text{Pour tout nombre réel } \theta,\ \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1}$$

(preuve avec le théorème de Pythagore)

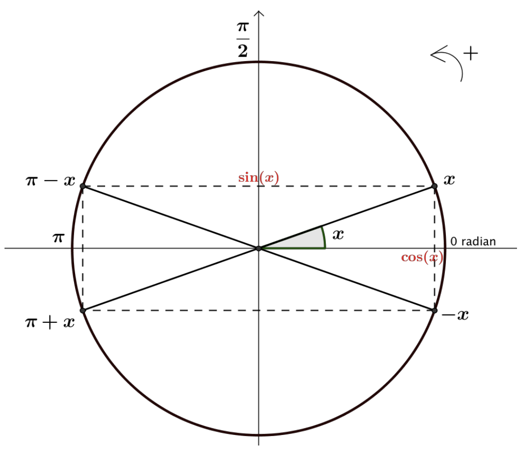
Si $\theta \neq \frac{\pi}{2}[\pi]$ alors $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$$\begin{aligned}\text{d'où } 1+\tan^2\theta &= 1 + (\tfrac{\sin\theta}{\cos\theta})^2 \\ &= 1 + \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \\ &= \frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\cos^2\theta} \\ &= \frac{1}{\cos^2\theta}\end{aligned}$$

II Angles associés

- $\cos(-x) = \cos(x)$
- $\sin(-x) = -\sin(x)$
- $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$

- $\sin(\pi - x) = \sin(x)$
- $\cos(\pi + x) = -\cos(x)$
- $\sin(\pi + x) = -\sin(x)$



III Formules d'addition et de duplication

- $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$
- $\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$
- $\tan(a+b) = \dfrac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)}$

- $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$
- $\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \sin(b)\cos(a)$
- $\tan(a-b) = \dfrac{\tan(a)-\tan(b)}{1+\tan(a)\tan(b)}$

Exemple : $\cos(\frac{\pi}{12}) = \cos(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{3})\cos(\frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{3})\sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

- Avec $a = b$ on obtient : $\cos(2a) = \cos(a+a) = \cos(a)\cos(a) - \sin(a)\sin(a) = \cos^2(a) - \sin^2(a)$
- De même : $\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$ et $\tan(2a) = \dfrac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}$